

Mathématiques I : ce qu'un biologiste ne doit pas ignorer

PROGRAMME INDICATIF

Responsable : Amaury Lambert

Institut de Biologie de l'ENS & Centre Interdisciplinaire de Recherche en Biologie – Collège de France

Enseignants : Stéphane Robin (maths) & Pierre Vincens et Corentin Clerc (info)

Horaires : vendredi de 9h à midi et mardi de 9h à 12h.

EMPLOI DU TEMPS:

vendredi 8 octobre (SR) : Algèbre linéaire (I). Quelques exemples d'usage de matrices en biologie. Calcul de déterminants par les cofacteurs.

vendredi 15 octobre (SR) : Algèbre linéaire (II). Polynôme caractéristique et extraction de valeurs propres. Rappels des théorèmes généraux sur la diagonalisation, cas des matrices symétriques réelles et des matrices positives au sens de l'algèbre bilinéaire.

vendredi 22 octobre (SR) : Algèbre linéaire (III). Théorie de Perron–Frobenius sur les matrices à coefficients positifs. Régularité, valeur propre dominante, théorème de Perron–Frobenius. Application à la dynamique des populations structurées.
Fonctions de plusieurs variables (I). Différentiabilité, définition d'application linéaire tangente.

vendredi 29 octobre (SR) : Fonctions de plusieurs variables (II). Matrice jacobienne, jacobien et changement de variables en dimension supérieure ou égale à 2.

vendredi 5 novembre (SR) : Systèmes dynamiques (I). équations différentielles et systèmes dynamiques en temps continu. Existence, unicité des solutions. Recherche des équilibres et linéarisation. Classification des équilibres en dimensions 1 et 2.

vendredi 19 novembre (SR) : Systèmes dynamiques (II). Exercices sur la dynamique proie-prédateur, équations de Lotka–Volterra. Cycles et cycles-limites. Théorème de Poincaré–Bendixson. Bifurcations (selle-nœud, transcritique, en fourche, de Hopf). Le modèle SIR (sain et susceptible – infecté – sain et immunisé) de Kermack–McKendrick.

mardi 23 novembre (SR) : (*Attention: créneau inhabituel*). Probabilités (I). Chaînes de Markov : classes de communication, irréductibilité, états transients, récurrents, absorbants. Période d'une chaîne de Markov irréductible.

vendredi 26 novembre (SR) : Probabilités (II). Loi du nombre de visites d'un état transient, théorème ergodique pour les chaînes récurrentes à espace d'états fini. Fonctions génératrices. Processus de Bienaymé–Galton–Watson, probabilité d'extinction, théorème limite surcritique.

mardi 30 novembre (SR) : (*Attention: créneau inhabituel*) Probabilités (III). Marches aléatoires, loi des grands nombres, récurrence des marches d'espérance nulle.

vendredi 3 décembre (SR) : Probabilités (IV). Processus de Poisson et de Poisson ponctuel.

vendredi 10 décembre (PV+CC) : Programmation pour la modélisation (I).

vendredi 17 décembre (PV+CC) : Programmation pour la modélisation (II).

vendredi 7 janvier (PV+CC) : Programmation pour la modélisation (III).

vendredi 14 janvier (PV+CC) : Programmation pour la modélisation (IV).

semaine du 20 au 24 janvier (SR) : Validation.